



# **MERNA NESIGURNOST I SLEDIVOST (1)**

# Definicije (GUM)

- Nesigurnost: sumnja u rezultat merenja
- Nesigurnost (merenja): parametar, pridružen rezultatu merenja, koji karakteriše disperziju vrednosti koje se mogu pripisati mežerandu
- Standardna merna nesigurnost: nesigurnost rezultata merenja predstavljena standardnom devijacijom

# Definicije (GUM)

- Evaluacija nesigurnosti tipa A: metod evaluacije merne nesigurnosti statističkom analizom niza observacija (merenja)
- Evaluacija nesigurnosti tipa B: metod evaluacije merne nesigurnosti metodama različitim od analitičkih
- Kombinovana standardna merna nesigurnost: pozitivni kvadratni koren zbira kvadrata mernih nesigurnosti tipa A i B

# Definicije (GUM)

- Proširena merna nesigurnost: veličina koja definiše interval oko rezultata merenja u kome se može očekivati veliki deo raspodele vrednosti koja se može pripisati mežerandu
- Faktor obuhvata ( $k$ ): numerički faktor koji se koristi za množenje kombinovane merne nesigurnosti da bi se dobila proširena

# Merenje

- Predmet merenja je određivanje **vrednosti** **MEŽERANDA** koji predstavlja **fizičku veličinu** koja se meri
- Merenje počinje specifikacijom mežeranda (veličine koja se meri), **merne metode** i **procedure merenja**
- **REZULTAT MERENJA** je aproksimacija ili **procena** merene vrednosti i kompletan je samo ako je praćen iskazom o **MERNOJ NESIGURNOSTI**

# Merenje

- U praksi mežerand se vezuje i za *zahtevanu granicu greške merenja*
- Kod ponovljenih merenja uzimaju se u obzir *uslovi ponavljanja merenja*
- Merenja i varijacije u uslovima ponovljenih merenja zavise od *uticajnih veličina*
- *Greška merenja* i *merna nesigurnost* **NISU**  
**SINONIMI**

# Izvori merne nesigurnosti (GUM)

- Nekompletna definicija mežeranda
- Nesavršena realizacija definicije mežeranda
- Nereprezentativno uzorkovanje-uzorak koji se meri ne predstavlja definisanu merenu veličinu (mežerand)
- Nepotpuno znanje o uticaju okruženja na merenje ili neadevatno merenje uslova okoline

# Izvori merne nesigurnosti (GUM)

- Uticaj merioca na očitavanje analognih merila
- Konačna rezolucija merila tj. prag diskriminacije
- Neadekvatna vrednost ili merna nesigurnost etalona ili referentnog materijala



# Izvori merne nesigurnosti (GUM)

- Neegzaktna vrednost konstanti ili drugih parametara dobijenih iz spoljašnjih izvora ili upotreba algoritama sa redukovanim brojem podataka
- Aproksimacije i pretpostavke inkorporirane u merne metode i procedure
- Varijacije u ponovljenim opservacijama mežeranda pod identičnim uslovima

# Korekcije

- Neki od izvora merne nesigurnosti se mogu korigovati *korekcionim faktorima* kako bi se dobila *OČEKIVANA VREDNOST (očekivanje)*

# Merna nesigurnost-statistika

- Razlog uvođenja 2 tipa merne nesigurnosti (tip A i tip B) je da se pokaže da postoje dva načina evaluacije
- Oba tipa se baziraju na ***raspodeli verovatnoće***
- ***Verovatnoća*** je realni broj na skali od 0 do 1 koji se pripisuje slučajnom događaju

# Merna nesigurnost-statistika

- ***Slučajno promenljiva*** (varijabla, varijetet) je promenljiva koja može uzeti ma koju vrednost u određenom nizu vrednosti i kojoj je pridružena raspodela verovatnoće (*kontinualna*)
- Slučajno promenljiva može imati i singularnu vrednost (*diskretna*)

# Merna nesigurnost-statistika

- **Raspodela verovatnoće** slučajne veličine je funkcija koja opisuje verovatnoću da će slučajno promenljiva imati ma koju vrednost ili pripadati određenom setu vrednosti
- **Funkcija raspodele** je funkcija koja za svaku vrednost  $x$  daje verovatnoću da će slučajno promenljiva  $X$  biti **manja ili jednaka**  $x$

$$F(x) = \Pr(X \leq x)$$

# Merna nesigurnost-statistika

- ***Funkcija gustine raspodele (probability density function, PDF)*** kontinualne slučajno promenljive se izvodi iz funkcije raspodele

$$f(x) = dF(x) / dx$$

- ***Element verovatnoće***

$$f(x)/dx = Pr(x < X < x + dx)$$

# Merna nesigurnost-statistika

- ***Masena funkcija verovatnoće se odnosi na diskretne varijable***

$$p_i = \Pr(X = x_i)$$

- ***Korelacija*** je odnos između dve ili više slučajno promenljivih unutar raspodele dve ili više varijabli

# Merna nesigurnost-statistika

- **Očekivanje** slučajne varijable ili raspodele verovatnoće predstavlja očekivanu, najčešće srednju, vrednost
  - za diskretne varijable

$$\alpha = E(X) = \sum p_i x_i$$

- Za kontinualne varijable

$$\alpha = E(X) = \int x f(x) dx$$



# Merna nesigurnost-statistika

- **Centrirana slučajna varijabla** je slučajna varijabla čija je očekivana vrednost jednaka  $\mu$
- **Varijansa** je očekivana vrednost kvadrata centralne slučajne varijable

$$\sigma^2 = V(X) = E\{[X - E(X)]^2\}$$

# Merna nesigurnost-statistika

- **Standardna devijacija** je pozitivni kvadratni koren varijanse

$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

- **Centralni momenat q-tog reda**
- Za  $q = 2$  centralni momenat je **varijansa**

$$E[(X - \mu)^q]$$

# Merna nesigurnost-statistika

- **Normalna raspodela, Gaus-Laplasova kontinualne slučajne varijable**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$-\infty < x < +\infty.$$

Očekivanje

Standardna devijacija normalne raspodele

# Merna nesigurnost-statistika

- ***Populacija*** je ukupan broj elemenata koji se razmatraju
- ***Frekvencije*** je broj pojave događaja određenog tipa ili broj opservacija koje predstavljaju specificiranu klasu
- ***Verovatnoća*** je empirijski odnos između vrednosti i frekvencije

# Merna nesigurnost-statistika

- **Aritmetička sredina, srednja vrednost** je suma vrednosti podeljena sa brojem vrednosti

$$\bar{x} = (1/n) \sum x_i$$

- **Varijansa** je mera disper

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

- Varijansa je  $n/(n-1)$  puta centralni momenat reda 2

# Merna nesigurnost-statistika

- **Standardna devijacija** je pozitivni kvadratni koren varijanse
- Centralni momenat q-tog reda je raspodela jedne karakteristike, aritmetička sredina q-tog reda

$$\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^q$$

# Merna nesigurnost-statistika

- ***Nivo poverenja (pouzdanosti)*** je vrednost  $(1-\alpha)$  verovatnoće pridružene nivpu poverenja ili statističkom faktoru pokrivanja
- ***Stepen slobode*** je broj termina u sumi minus broj ograničenja termina

# Merna nesigurnost-statistika

- **Kovarijansa** dve slučajno promenljive  $(y, z)$  je mera njihove međusobne zavisnosti
  - **Matrica kovarijanse** se definiše za multivarijable. Elementi po dijagonali  $v(z, z) = \sigma^2(z)$  ili  $s^2(z_i)$  su varijansa, a van dijagonale kovarijansa  $v(y, z) = s(y_i, z_i)$
- Koeficijent korelacije** je mera međusobne zavisnosti dve varijable i jednak je odnosu njihovih kovarijansi i pozitivnog kvadrata proizvoda varijansi

$$\rho(y, z) = \rho(z, y) = \frac{u(y, z)}{\sqrt{u(y, y) v(z, z)}} = \frac{v(y, z)}{\sigma(y) \sigma(z)}$$



# Merna nesigurnost i sledivost

## Merna sledivost:

- osnova za prezentaciju vrednosti fizičke veličine i pridružene merne nesigurnosti
- sadrži odnose relevantnih veličina do nacionalnih i međunarodnih etalona kroz neprekinut lanac poređenja.

# Merna nesigurnost i sledivost

**Korisnicima rezultata merenja je potrebna potvrda da se tim rezultatima može verovati**

Potvrda: Kvantitivna izjava koja zahteva procenu merne nesigurnosti koja se pridružuje rezultatu.

# Osnove sledivosti

Svaka faza (nivo) u lancu se sastoji od poređenja sa etalomom višeg ranga sa stepenom ekvivalencije određenim u ključnoj interkomparaciji NMI u okviru MRA.

Sledivost do odgovarajućeg nacionalnog ili međunarodnog etalona postoji **SAMO** ako su SLEDIVI:

- sami ulazni elementi  $x$  ili
- njihove vrednosti izvedene iz faktora konverzije, matematičkih i fizičkih konstanti ili konstanti korišćenih u SI

*Ključne interkomparacije ojačavaju lanac sledivosti, ali ne čine njegov sastavni deo.*

Ojacaње kroz  
ključne interkomp

CIPM  
MRA

MRA

Stepen ekvivalencije  
etalona

Ključne interkomparacije

Nacionalni (primarni)  
etaloni; NMI C ostvaruje  
sledivost preko NMI B

NMI A

NMI B

NMI C

Etaloniranje sekundarnih  
etalona pomocu  
primarnih

Calibration

Calibration

Calibration

Tradicionalni  
lanci sledivosti

Sekundarni etaloni

Laboratory L

Laboratory M

Laboratory N

Etaloniranje radnih etalona i merila

## Ključni elementi uključeni u svaki od nivoa:

- (i) Nedvosmisleno specificirati veličinu koja se meri i potrebnu mernu nesigurnost;
- (ii) Odabrati pogodan metod za dobijanje rezultata (najbolje procenjena vrednost), tj. Metodu merenja, jednačinu modela, uslove merenja;
- (iii) Uslovi merenja moraju da pokriju sve *uticajne veličine* koje značajno utiču na rezultat merenja;
- (iv) Izabrati i primeniti odgovarajuće referentne etalone;
- (v) Odrediti rezultat merenja i proceniti pridruženu mernu nesigurnost

# Modeli etaloniranja

Generički model  $Y = f(\mathbf{X})$   
vektor ulazne veličine

Modeli merenja se mogu klasifikovati u zavisnosti da li:

- (1) postoji jedna ili više merenih (izlaznih) veličina tj. da li je izlazna veličina skalar (univarijetet) ili vektor (multivarijetet)
- (2) je izlazna veličina dobijena evaluacijom formule (eksplicitni model) ili rešavanjem jednačine (implicitni model)
- (3) su ulazne veličine i funkcija realne ili kompleksne

Imajući ovu podelu u vidu postoji  $2 \times 2 \times 2 = 8$  kategorija

## Kategorizacija modela merenja

<i>Kategorija</i>	<i>Izlazna veličina</i>	<i>Model</i>	<i>Ulazna veličina</i>
1	Scalar	Eksplicitni	Realna
2	Vektor	Eksplicitni	Realna
3	Skalar	Implicitni	Realna
4	Vektor	Implicitni	Realna
5	Skalar	Eksplicitni	Kompleksna
6	Vektor	Eksplicitni	Kompleksna
7	Skalar	Implicitni	Kompleksna
8	Vektor	Implicitni	Kompleksna

Većina problema etaloniranja spada u najjednostavniju kategoriju 1.

Veliki broj etaloniranja spada u kategoriju 4, rešenje jednačine (linearno ili nelinearno) dobija se metodom **najmanjih kvadrata**

# Modeli primarnih etalona i ključnih interkomparacija

NMI učesnik ključne interkomparacije:

- sprovodi merenje fizičke veličine,
- procenjuje mernu nesigurnost i
- daje budžet mernih nesigurnosti.

Baze podatak sadrže:

- key comparison reference value (KCRV),
- pridružene merne nesigurnosti i
- stepene ekvivalencije nacionalnih etalona (pri nivou pouzdanosti od 95 %)

**PREPORUKA:** za evaluaciju podataka dobijenih u ključnoj interkomparaciji koristiti metodu najmanjih kvadrata



# ***Merenja u ključnoj interkomparaciji***

NMI procenjuje svaki rezultat uzimajući u obzir:

(i) Slučajne efekte: izazivaju samo porast (proširenje) matrice kovarijanse po dijagonali.

(ii) Sistematske efekte izazivaju povećanje matrice po dijagonali (varijansa) i van dijagonale (kovarijansa)

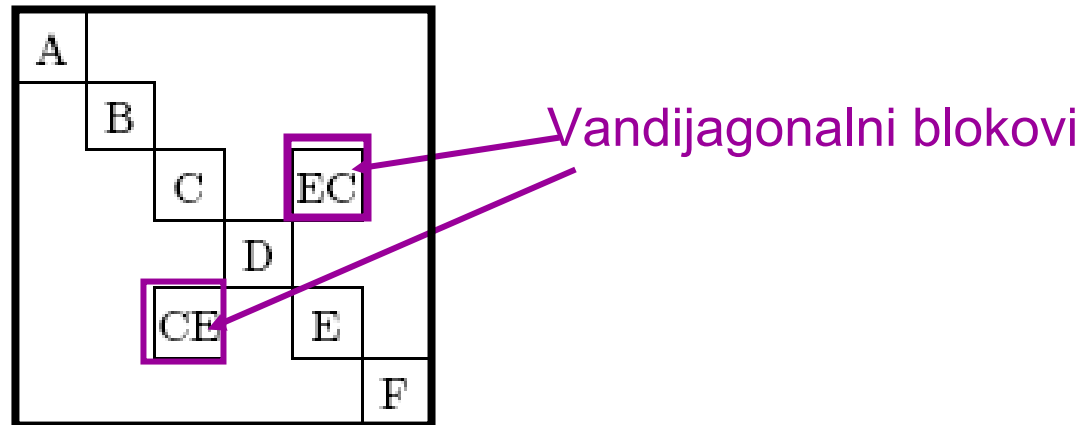
## **Dva glavna izvora kovarijanse su:**

(1) NMI ne menja svoj sistem merenja u ponovljenim merenjima čak i kad se javljaju različiti sistematski uticaji.

(2) Rezultati merenja dobijeni u NMI A i NMI B koje sledivost ostvaruju preko NMI C

PRETP: u interkomparaciji učestvuju NMI A do F  
NMI E ostvaruje sledivost preko NMI C  
meren je isti artefakt

Matrica kovarijanse  $U_x$  ima oblik dijagonalne blok matrice



# Osnovne ideje za postavljanje koncepta modelovanja

Najteži zadatak u proceni merne nesigurnosti je modelovanje procesa merenja.

Ne postoji generalno prihvaćen koncept modelovanja.

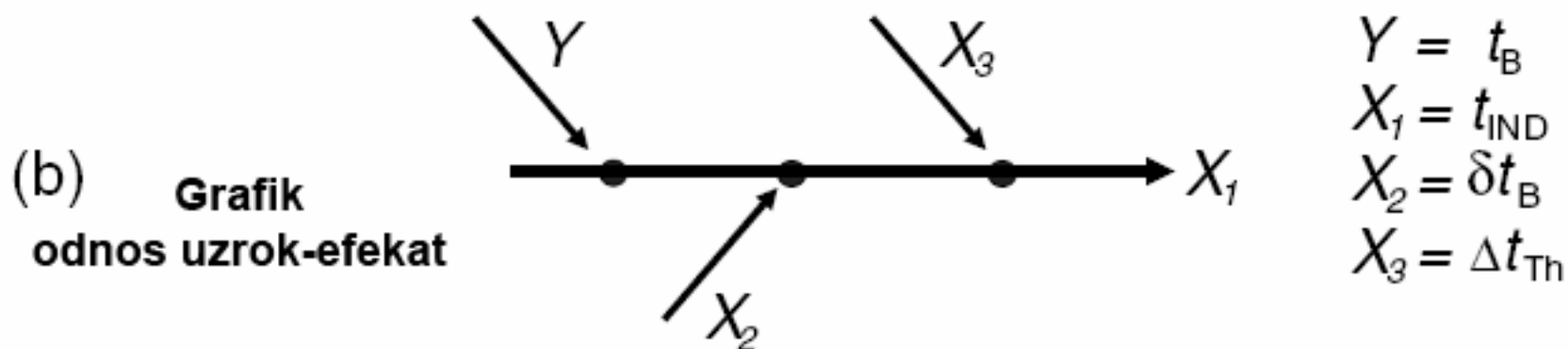
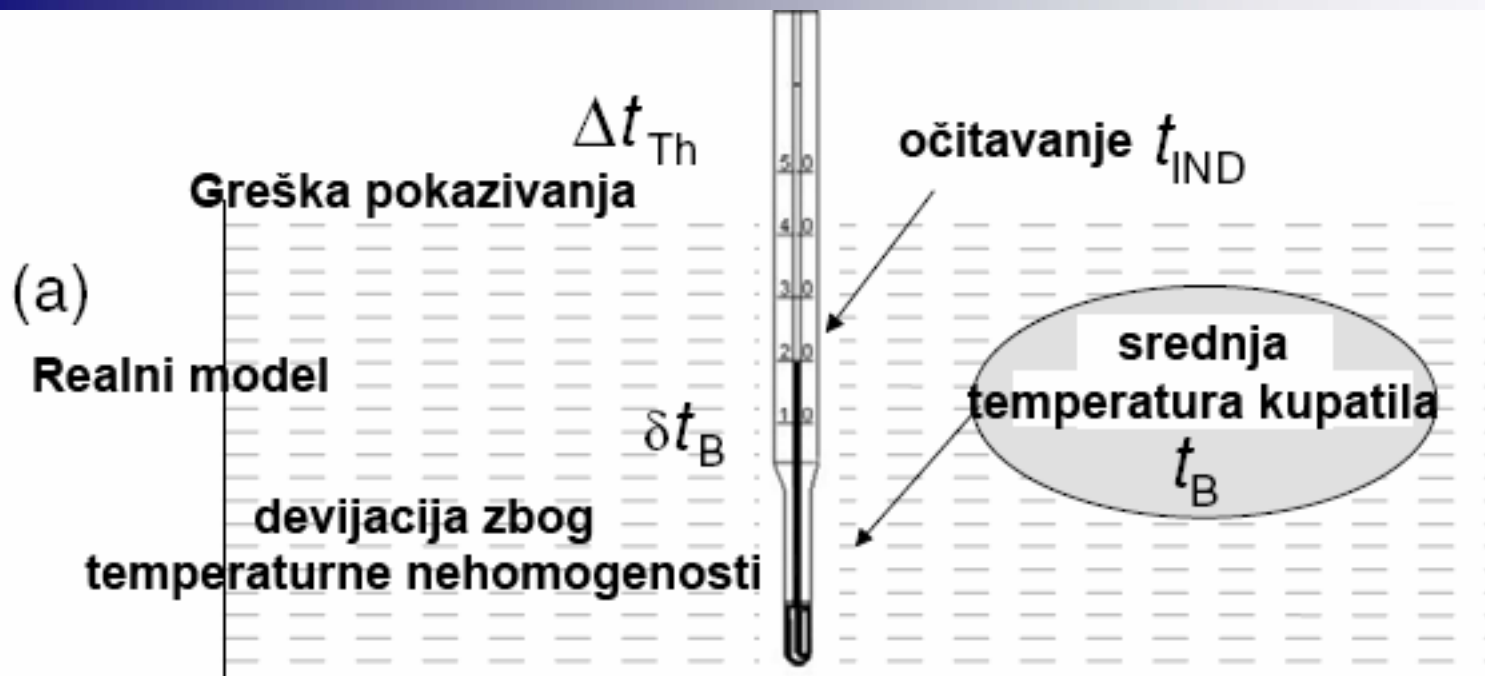
Generalno, model služi da proceni originalni sistem ili da izvede zaključke iz njegovog ponašanja.

# *Model uzrok-efekat*

Zahtev za generisanje matematičkog modela: izraziti odnos između merene vrednosti (measurand), pokazivanja instrumenta i uticajnih veličina.

Uzrok-efekat pristup prikazan na primeru merenja temperature

Pokazivanje zavisi od temperature kupatila  $t_B$  koja je merena vrednost i greške instrumenta  $\Delta t_{Th}$ .



(c) **Matematički odnos**

$$X_1 = h(Y, X_2, X_3)$$

Šematski prikaz modela uzrok-efekat za procenu merne nesigurnosti

